山田　倫大
ミネソタ大学
２０２１年　２月

船井情報科学振興財団　第２回ポスドク報告書

米国ミネソタ大学にポスドク研究員として勤めています、山田倫大です。ポスドクとしての研究生活も約２年が経過しました。学問分野によってポスドク期間の平均年数は異なりますが、私の分野では平均４－５年ほどで、優秀な研究者が６年以上ポスドクを経験しているケースも珍しくありません。[1]平均年数からすると私もそろそろポスドク期間の中盤に差し掛かってくるため、今後一層の研究成果が求められます。本稿では過去１年間の研究生活を中心に報告します。

コロナウィルスの影響

世界中で猛威を振るっているコロナウイルスのため、２０２０年３月頃からミネソタ大学でも授業や研究は原則自宅からオンラインで行う様になりました。ミネソタ大学で私は研究グループに所属しておらず、「独自に研究を行いながら数週間に一度程アドバイザーと議論する」という研究スタイルです。また、紙とペンがあれば基本的に私の研究はどこでも行うことができます。故に、研究に関して私が受けたコロナウイルスの影響は最小限の部類だったと思います。

しかし、「１日中自宅で過ごす」という生活は精神的にかなり辛いものがありました。逆に、特別な用事がなくとも「キャンパスに通勤し食堂やオフィスで他愛もない会話をする」という何気ない日常の出来事が生活のリズムを保っていたことを痛感しました。近所のカフェやレストランが空いていれば１日の中の数時間を自宅の外で過ごすことで気が紛れるのですが、３度ほど実施されたロックダウンの期間中（合計半年間程）はこれら憩いの場も閉ざされました。

ロックダウン中はピザや中華料理のテイクアウト以外は外食も満足に利用できず、食事にも苦労しました。この期間に自炊の腕が生活の質に直結することを実感し、週末を中心に少しずつ料理のレパートリーを増やしました。特にステーキとパスタは外食する必要がないくらいに上手く調理できる様になった気がしています。また、約１０年ぶりにアコースティック・ギターを購入し、考えが煮詰まった時などに弾いています。楽器演奏は良い気分転換になるのでお勧めです。

現在はロックダウンもなく、近所のカフェやレストランも利用できます。ワクチンの普及も急ピッチで進んでいる様です。世界中がまた元の生活に戻ることを願ってやみません。

研究の進捗

過去１年間の研究において、複数の有名な未解決問題を解き大きな成果を収めることができました。その一方でこれらの成果は未だ学術誌に出版されておらず、歯痒い状況が続いています。

私が示した定理の一つは「マーティン・レフ型理論とチャーチのテーゼが矛盾しない」というものです。[2]マーティン・レフ型理論は最も有名な構成的数学の形式体系の一つです。大雑把に言

---

[1] ポスドク年数は研究者の優劣だけでなく研究内容による部分が大きいように思います。流行りの研究を共同研究者と行えば業績を比較的スムーズに重ねることができますが、独創的で難解な研究を単独で行えばこれが周囲に理解され論文が出版されるまでにより多くの時間がかかります。

[2] ここでのチャーチのテーゼは構成的数学における形式化された公理であり、再帰理論における「ラムダ計算やチューリングマシンを計算可能性の定義とする」という提言とは異なります。

えば構成的数学とは「構成・計算が可能な」論理やオブジェクトのみから成り立つ数学であり、形式体系とは数学を形式化するために厳密に定義された人工言語のことです。要するに、マーティン・レフ型理論とは「構成・計算が可能な」数学を厳密に表現するプログラミング言語の様なもので、この中で数学上の言明や証明が数学的に厳密な記号的表現で形式化されます。[3]
一方、チャーチのテーゼとはマーティン・レフ型理論の中で表現可能な数学的言明であり、大雑把に言えば「自然数に関する関数は全て計算可能である」と述べるものです。

ここで「計算可能」という概念は（日常的・インフォーマルなものではなく）数学的に厳密な概念であることに注意して下さい。[4]つまり、任意の実数が有理数か無理数である様に、任意の自然数に関する関数は計算可能か不可能であるかが数学的に厳密に定義されています。故にチャーチのテーゼは数学的言明であり、これをマーティン・レフ型理論により形式化できるのです。

しかし、再帰理論の基本的な定理として「自然数に関する関数の中に計算不可能なものがある」ことが知られています。[5]故にチャーチのテーゼは数学的に正しくない言明です。ではなぜ数学者はチャーチのテーゼに興味を持ち、これに関する問題が有名な未解決問題なのでしょうか?

その答えは「マーティン・レフ型理論によって形式化された構成的数学の上ではチャーチのテーゼは間違いだとは限らない」というものです。何故ならマーティン・レフ型理論によって表現されるものは基本的に計算可能なものに限られるため、この中では関数も計算可能なものしか存在しないと考えられるためです。上に述べた未解決問題はまさにこの点を問うもので、「マーティン・レフ型理論とチャーチのテーゼの無矛盾性」とは「チャーチのテーゼはマーティン・レフ型理論が形式化する数学の中では間違っていることが示されない」ということです。

この報告書ではその詳細は省きますが、この未解決問題は技術的に非常に困難なことが知られており、少なくとも過去15年間関連分野の世界的権威である研究者達の挑戦を退けてきました。この種の問題には数学的意味論の手法が有効ですが、既存の数学的意味論ではマーティン・レフ型理論とチャーチのテーゼの組み合わせを上手く扱えない点にこの問題の難しさがあります。

幸運なことに私がこの未解決問題について知ったときに、私が博士課程時代に創りあげた新しい数学的意味論をこの問題に適用する方法を思い付きました。実際にこれを試したところ、3ヶ月間でこの問題を解き論文を仕上げる事ができました。[6]非常にラッキーなケースだったと思います。有名な問題だけあって、この論文をウェブ上にアップロードした翌日にこの分野の権威から直接メールが届いたり、パドバ大学数学科のセミナーに招待され講演を行ったりしました。[7]

私が解いたもう一つの未解決問題はフィールズ賞受賞者のヴォエヴォドスキーが提唱した非常に美しいユニヴァレンス公理の「計算可能性」です。大雑把に言えば、ユニヴァレンス公理とは「本質的に同じ数学的言明を実際に同一視する」という公理であり、この帰結として多くの興味深い定理が導かれます。ユニヴァレンス公理はマーティン・レフ型理論と矛盾しないことが知ら

---

[3] 証明が与えられた数学的言明は定理と呼ばれます。

[4] 私の専門分野の一つである再帰理論は「計算可能性」に関する純粋数学です。

[5] その証明も含め、学部時代に学んだ数学の定理の中で私が最も美しいと感じた定理の一つです。

[6] https://arxiv.org/pdf/2007.08094.pdf

[7] https://7911177a-9ff4-4732-a86b-3dd68ca9f035.filesusr.com/ugd/fffff2_4dfd845dcef749b69dfa3d860196b67f.pdf

れていますが、その「計算可能性」が明らかではありませんでした。この問題は過去１０年間関連分野の中で最大の未解決問題の１つとして知られていました。私はこの問題に対して新しい計算的意味論を与えることでユニヴァレンス公理の計算可能性を直接的に示しました。

また、この手法の補題としてもう一つの未解決問題「ユニヴァレンス公理の強化版とマーティン・レフ型理論の無矛盾性」も示すことができました。この成果についても説明すると本稿が長くなってしまうため、その詳細は以下に示すYouTube動画に譲りたいと思います。

YouTuberデビュー

上に述べた成果のため、光栄なことに関連分野の主要なオンライン・セミナーでの講演を依頼されました。[8]このセミナーは通称HoTTEST（Homotopy Type Theory Electronic Seminar Talks）と呼ばれているため（かなり無理矢理感がありますが）、「果たして自分は ‘Hottest’な講演を行えるのか」という妙なプレッシャー（？）がありました。このセミナーの講演は全て録画されYouTubeにアップロードされるため、私も例に漏れず念願の（？）YouTuberデビューを果たしました。[9]

YouTuberデビューはトラブルの連続でした。まず、開始２５秒でいきなり講演スライドが動かずかなり焦りました。また、講演の途中で聴衆の一人が「Strategyという概念は関数であるか？」という質問をして下さりました。しかしStrategyはその定義自体がある種の関数であるため、私はその質問の意味が分かりませんでした。さらに、他の聴衆がこれを助けようとして「Strategyは出力が常に一つであるか？という質問である」と教えてくれました。しかし厳密に言えば関数は「各入力に対して出力が一つ」であるため、このコメントは返って私を余計に混乱させてしまいました。結局この単純な質問に答えられず先に進む事になってしまいました。オンライン講演の難しさもあったかもしれませんが、次回はこのような事がない様に気を付けたいと思います。

また、自分自身が講演している姿を見るのは初めてでとても新鮮でした。客観的に見ると修正したい無意識の癖がかなり目についたので、今後の講演では気を付けたいと思います。

今回の講演で収穫もありました。数人の専門家は講演の後で私の研究に好意的なメールを送って下さいました。その中の一人はアムステルダム大学での講演に招待して下さいました。他の専門家は今回の成果に関する論文の書き方として非常に参考になる提案をして下さいました。

また、私はどちらかというと独自の研究を単独で行うタイプで、他の研究者との連携は極端に少ない方でした。しかし、例えその様な場合でも関連分野の研究者に自分の研究について知って頂くことはアカデミアでキャリアを進める上でとても大切です。今後新しいアカデミック・ポジションを得る上で研究業績だけでなく関連研究者からの評判が少なからず影響するためです。また、自分の研究を広めることでその内容が他の論文に引用されたり共同研究をする確率も上がると考えられます。故に、主要なセミナーでの今回の講演はとても有意義でした。

Publish or perish

一方で懸念もあります。と言うのも、上に述べた成果は全て私の博士論文の最終章の内容の上に成り立つものですが、この土台となる内容が未だ出版に至っていません。この論文はポスドク１年目に学術誌に出したのですが、[10]９０ページもあることから「その内容をもっと簡略化してページ数を半減して欲しい」と一度却下されました。この結論を出すのに１週間もかからないはずなのですが、１年近く待たされた後にこの様な通知を受けました。故に、上に述べた成果も未だ出版には至っていません。これらの成果は私の独自の手法を学会に売り込む「キャッチー」なもの

---

[8] https://www.uwo.ca/math/faculty/kapulkin/seminars/hottest.html

[9] https://www.youtube.com/watch?v=uY5LubwJ1Xo

[10] https://arxiv.org/pdf/1905.00993.pdf

として申し分なく、これらの論文が出版されれば私のキャリアも一気に進むことが期待できます。しかしその出版に予想以上に時間が掛かってしまい、現在歯痒い状況が続いています。[11]

反省点もあります。数学の論文は長くなる程その受理の基準が厳しくなり、一般的に５０ページを超える論文はその内容がよほど良くない限り却下されると言われています。そのような中、私は過去にそれぞれ７９ページと６０ページになる２本の論文をトップ・ジャーナルに通していたため、少し慢心している部分があったように思います。今回の経験から、長くて複雑な論文を短くて分かりやすい複数の小論文に分割することの大切さを学びました。

競争の激しいアカデミアですが、[12]私の専門分野も例に漏れません。２０１９年に国際学会で知り合った同世代のフランス人研究者は学生の頃から国際数学オリンピックでメダルを獲得するなどかなり優秀でしたが、残念ながら彼は去年アカデミアを諦めて一般企業に就職した様です。そんな中、上に述べた主力論文 3 本の出版の遅れはかなりの痛手ですが、今回学んだことを生かして今後はより戦略的に業績を重ねていきたいと思います。

末筆ながら、船井情報科学振興財団の皆様の手厚いご支援に深く感謝申し上げます。財団の皆様に支えて頂いた英国留学なしに今日の自分はありません。研究・教育を通して世界に大きく貢献できる研究者を目指し、今後とも邁進していきます。

凍てついたミネハハの滝

---

[11] もう一人の査読者は間違った主張に溢れた批判を自信満々に展開しており、これには怒りを通り越して呆れました。この査読者が私の論文の内容を全く理解していないことは明白でした。しかし例えいくら良い論文だったとしても査読者に理解されない限り著者に勝ち目はありません。

[12] ‘Publish or perish’とは「アカデミアで生き残るためには業績を出し続ける事が必須である」ことを示すキャッチフレーズです。