

2016年6月  
オックスフォード大学  
山田 倫大

## 船井情報科学振興財団 第7回留学生レポート

オックスフォード大学計算機科学科に所属しています、山田倫大です。前回のレポートから早くも1年が経とうとしています。この期間に、より深い研究成果を出すことができ、研究者としての自覚も芽生えてきました。一方、研究成果に関して思うような評価を得ることができず挫折を味わう中、そこから学ぶこともありました。以下、これらについて綴りたいと思います。

### 1. コークでの出会い

[前回のレポート](#)に書いた様に、昨年8月下旬、アイルランド第二の都市コークで開催された計算の数学的基礎に関する[国際会議](#)<sup>1</sup>において研究成果を発表しました。[領域理論](#)の定式化など歴史的業績を持つ[ディナ・スコット](#)<sup>2</sup>をはじめ、この場に多くの高名な数学者・理論計算機科学者が集いました。

数日間のスケジュールは数多くの講演で埋められていました。その中にスコットの記念講演があり、(後に計算機科学の基礎となる)[計算理論](#)という数学の分野を築いた[アロンゾ・チャーチ](#)や[スティーブン・コール・クリーネ](#)らとの交流の日々がユーモアたっぷりに語られました。特に、チャーチの最も有名な業績である[ラムダ計算](#)について、彼がギリシャ文字ラムダをその名前に選んだ理由は「特にない」という衝撃の事実が告白された際には、会場がその日一番の大爆笑に包まれました。

講演を通して最新の研究成果に触れることはとても勉強になりましたが、最大の成果は各分野の専門家と個人的に交流し議論する機会を得たことでした。特に[\(高階\)計算可能性理論](#)の専門家である[ジョン・ロングリー](#)や、[証明論](#)・領域理論及びその計算への応用の専門家である[ウルリッヒ・バーガー](#)とは、食事やレクリエーションの時間に密な議論をすることができました。著名な学者であるお二人はとても気さくで、私の話に熱心に耳を傾け多くの助言を下さいました。その中で、これから私が解きたい研究上の問

<sup>1</sup> この国際会議に関する基本的な情報は[前回のレポート](#)を参照して下さい。

<sup>2</sup> 余談ですが、スコットは70年代オックスフォード大学在籍時に[クリストファー・ストレイチー](#)と共に計算の数学的基礎における輝かしい業績を残しました。その数学的伝統は確かにオックスフォードに受け継がれており、私の指導教授[サムソン・アブラムスキー](#)もこの分野の第一人者であり、ストレイチーの名を称号に持っています。

題及びそれに対する手法について、彼らから肯定的な意見を頂いたことが大きな自信となりました。実際にこの半年後、この内容が数本の論文として形になります。

## 2. 動的ゲーム意味論－計算過程の数学的基礎

ここで私がコークで発表した内容、及びロングリーやバーガーと議論した内容について簡単に説明したいと思います。第4・6回レポートを参照して頂くと内容がより分かりやすくなると思いますが、本稿単体でも理解されることを目指します。

私の講演の題名は「動的ゲーム意味論」というものでした。[ゲーム意味論](#)<sup>3</sup>とは、(一般的な意味での) ゲームという直感的な概念(例: チェス、将棋、双六など)に基づきながらも数学的に厳密な“解釈”<sup>4</sup>を記号論理<sup>5</sup>や記号的計算<sup>6</sup>に与える手法です。今回の講演は、このゲーム意味論に計算の“動的なプロセス”に対応する構造と演算を定義し、またその代数・圏論的構造を確立したという内容でした。従来のゲーム意味論は“静的”であり、計算の動的なプロセスを表現することができません - 例えば自然数を2倍する計算に自然数5を入力したものはその計算結果である10という静的な形として表されます。私の研究成果は、ゲーム意味論の綺麗な数学的構造を一般化しつつ、この問題を解決したものと言えます。上記の例で言えば、動的ゲーム意味論では5という入力から段階的に10という出力を計算する過程が表現されます。

ここで注意すべき点があります。元々ゲーム意味論は既存の記号論理や記号的計算に“数学的解釈” - (構文に従った) 各記号がどのような数学的概念を表しているのか - を与える手法として考案されましたが、私は動的ゲーム意味論を独立した計算の数学的(非記号的)モデルとして確立し、その後これに対応する記号的計算を考えるという、

---

<sup>3</sup>尚、ゲーム意味論は計算理論・[抽象代数学](#)・[圏論](#)・[数理論理学](#)などの分野に深く関連があり、[経済学で用いられるゲーム理論](#)との直接的な関係はありません。

<sup>4</sup>通常、記号論理や記号的計算は[形式言語](#)(厳密に定められた人工的言語)とそれに関する変換規則によって定められます。例えば記号的計算の中で、自然数 $n$ は $\text{succ}^n(\text{zero}) = \text{succ}(\text{succ}(\dots \text{succ}(\text{zero})\dots))$ という記号(successorを表す記号 $\text{succ}$ を記号 $\text{zero}$ に $n$ 回適用した記号)、足し算は $\text{succ}^n(\text{zero}) + \text{succ}^m(\text{zero}) \rightarrow \text{succ}^{n+m}(\text{zero})$ という変換規則として表されます。故にこれらの概念は記号的実体であり、それが意図するものをそれ自体は定式化しないという問題があります。この問題に対する解として、記号的実体である論理や計算に数学的構造に対応させることで厳密な“解釈”(記号が意味するもの)とするというアプローチがあります。例えば上記の“記号的足し算”の解釈として([集合論](#)の)関数としての2項加算(平たく言えば“通常足し算”)を対応させる、ということです。

<sup>5</sup>ここでは特に「記号として形式化された論理(論理の構文的側面)」を指します。

<sup>6</sup>「計算」という概念は未だ厳密に定義されず、「一般的に何が計算なのか」という問いは未解決のままです。多くの研究では計算を「記号の変換プロセス」として記号的に扱いますが、本稿では非記号的な計算も存在するという立場をとり、前者を「記号的計算」、後者を「非記号的計算」と呼ぶこととします。

概念的に逆のアプローチを提唱しました<sup>7</sup>。端的に言えば、記号的実体である記号論理や記号的計算はあくまで二次的であり、必要であればこれらを計算の数学的モデルに合わせて変更するという事です。故にコークでは、動的ゲーム意味論と適当な記号的計算との厳密な対応は今後の課題とし、動的ゲーム意味論を独立した数学的構造として発表しました。

ロングリーやバーガーと議論した内容は、主にこの「独立した計算のモデルとしてのゲーム意味論<sup>8</sup>」という着想についてでした。あまり先例のない研究方向のため不安がありました。知識の豊富な専門家から方向の妥当性や意義を確認することができ、その後自信を持って研究を進めることができました。

このように理解の声がある一方で、従来の考え方からすると「ターゲットとする記号的実体がないゲーム“意味論”は不可解だ」とする声も少なからずありました。私は動的ゲーム意味論を記号的計算と対応させることの重要性を認識する一方、今回の成果はあくまで数学的構造にあるため、応用しか頭がない人々には理解されなくとも構わないという気持ちもありました。この意固地な姿勢は約 10 か月後に改めさせられることとなります。

### 3. ローマへの道

---

コークでの国際会議から約 1 か月後、その発表内容を論文として纏めました。指導教授もその内容に満足気であり、彼と話し合った結果、(記号的計算との対応抜きに) 数学的構造としての動的ゲーム意味論を独立した成果として理論計算機科学のトップ・カンファレンス<sup>9</sup>の 1 つである [ICALP 2016](#) に投稿することとなりました。

100 ページ以上の論文を (カンファレンス用に) 12 ページの要旨に纏める作業には骨が折れました。その中で、綿密に書いた元の論文を参照しているため、要旨はあくまで二次的であるという甘えの気持ちはどこかにありました。また、他に解きたい問題を複数抱えている時期でしたので、短期間でこのカンファレンス・ペーパーを仕上げまし

---

<sup>7</sup> [型理論](#)や領域理論における業績で著名な [トーマス・ストライカー](#) もその著書の中で 2 つの考え方がしばしば対立することに言及しています。数学と理論計算機科学の多くの分野は重なるためその区別は明瞭ではありませんが、ストライカー曰く、数学者の多くは数学的構造を第一義的に考え、あくまでその形式的表現として記号論理や記号的計算を用いるのに対し、理論計算機科学者の多くは記号的実体に第一義的興味があり、その構造や性質の解明のために数学的意味を与える、と述べています。この区別に従うならば、私は理論計算機科学的な手法に数学者の考え方を持ち込んだ、と言えます。

<sup>8</sup> この考え方の中で「ゲーム“意味論”」という名前はもはや適切ではなく、「ゲーム理論的計算のモデル」などの名前が適切でしょう。しかし本稿では既に確立された前者を用いることとします。

<sup>9</sup> 本稿では出版の伴う学会をカンファレンス、そうでない学会を会議と呼ぶことにします。

た。しかし周囲の反応もよかったため、この成果は受理されるだろうと大きく期待していました。今年の ICALP はローマで開催されるため、イタリア人の友人に「カンファレンスの後に遊びに行くからよろしく」とさえ伝えていました。

そうして迎えた 4 月中旬、その論文がカンファレンスに却下されたという知らせを受け取りました。受理されるものだと考えていた私は、一瞬何が起こったのか把握できず、周囲の音が小さくなっていく感覚を覚えました。

#### 4. 学んだこと

---

博士課程も 4 年目に入った私にとってローマへの道が絶たれたことは痛手でした。卒業までに数本の論文をカンファレンスに通しておくことが望まれるからです。精神的な落ち込みも少なからずありました。

しかし意外にも僅か数日で立ち直ることができました。却下についてどうしても納得がいかず、「批評を批評する」つもりで審査員のコメントを注意深く読んだことが幸いしました。読んでみると、4 人の審査員の論点がほぼ次の 2 点に集約されることが分かりました：

1. 具体的な例が示されていないため抽象的で分かりにくい
2. 記号的計算との関連が示されていない

ポイント 1 は“カンファレンス・ペーパーの書き方”に注意を払っていなかった帰結だと言えるでしょう。私は、例はあくまで補助的・二次的なものであり、論文はあくまでその数学的内容によって評価されると考えていましたが、この考えがカンファレンスにおいては通用しないことを学びました。詳細を書いた元の論文を参照しておいたのですが、審査員の一人が「元の論文が長すぎて読めていないため内容が本当に正しいか否か分からない」とさえ書いたことに少なからず衝撃を受けました。

ポイント 2 は数学者と計算機科学者の視点の違いだと言えるかもしれません<sup>10</sup>。私は数学的内容のみで十分な成果だと考えていましたが、(理論) 計算機科学のカンファレンスではあくまでそれがどのように計算という概念に役立つのか、ということが肝要な様です。ある審査員は私の論文が「カンファレンスのスコープに合っていないのではないか」と書きました。

要するに、カンファレンスでは「どのように伝えるか」ということが非常に大切であり、私のカンファレンス・ペーパーはその点が不十分でした。逆に、今回の論文の数学的内容に審査員からの否定的なコメントは一切ありませんでした。例を加えるか否かが受理・拒否の分かれ目だったと考えるとやりきれない気持ちがありますが、どこかで身をもって学ぶ必要のあることだったのでしょう。今回の結果に、指導教授もはじめは残

---

<sup>10</sup> これは一般的な傾向の問題であり、数学者の中に計算機科学者に多い視点を持つ人は存在し、またその逆のケースもあります。

念そうでしたが、私と同じ捉え方をされた様で、諦めずに次回のカンファレンスに投稿しようと話して下さいました。

一方で、今年に入ってから生産的な時期が続いており、去年ロングリーやバーガーと議論した内容に基づいた論文を既に数本書き上げました。これらもそれぞれ適切なカンファレンスやジャーナルに投稿する予定です。今回学んだことを生かして、今後成果を積み上げていきたいと思います。