

2013年12月
オックスフォード大学
山田 倫大

船井情報科学財団 第3回留学生レポート

英国オックスフォード大学、計算機科学科の博士課程に在籍しています、山田倫大です。オックスフォードでは比較的暖かい冬を迎えていますが、空は曇りがちで雨も多く、日差しが非常に弱く感じられます。朝8時頃からようやく明るくなり始めたかと思うのも束の間、夕方4時頃には既に日が落ちてしまいます。もの寂しく静かな冬の雰囲気には拍車をかけるように、大学や街であまり学生を見かけなくなりました。ほとんどの学生が年末・年始を自宅で家族と共に過ごすためです。

このように静かな年末を迎えていますが、前回のレポートからおよそ半年の間に様々な出来事がありました。研究に関しては、初年度の苦しい期間を乗り越え、ようやく探し求めていた研究トピックに出会うことができました。トピック自体の魅力はもちろんですが、その研究を行うことに関して、自分が所属しているオックスフォードの研究グループ(特に指導教授や関連研究者などの人材)が非常に恵まれた環境であることが明らかになりました¹。自分のやりたい研究に出会い、それに適した環境でこれを行うことができる、この喜びを噛みしめています。また偶然にも、12月前半に集中して、3人の知人(米国留学時代にお世話になった数学の教授、留学経験を共有する日本の友人、そして去年オックスフォードで出会ったオーストラリアの友人)の来訪がありました。以下、これらについて順に綴りたいと思います。

1. 苦節の時を乗り越え、巡り会った“妻”

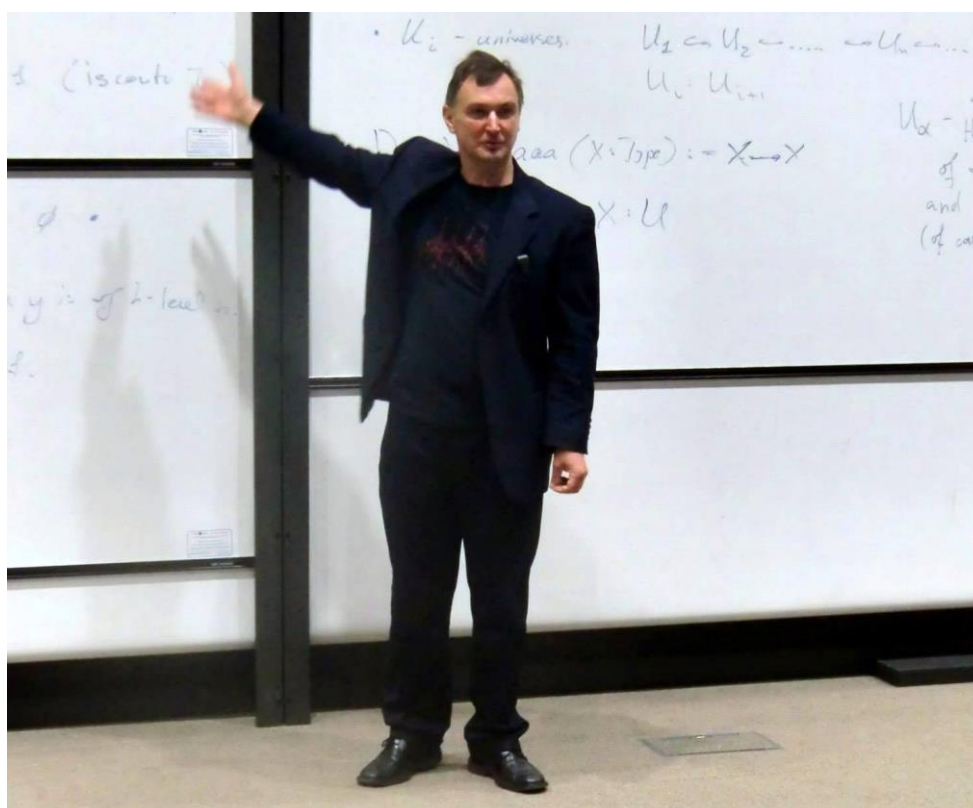
1.1. 運命の出会い

2013年10月初旬、自分にとって非常に大きな出会いがありました。具体的な研究トピックが見つかったのです。10月1-4日の期間、オックスフォード大学数学科の新しい建物の完成を祝い、米国[クレイ数学研究所](#)主催のワークショップが開催されました。世界中の著名な数学者(フィールズ賞受賞者の[アンドリュー・ワイルズ](#)や[ウラジミール・ヴォエヴォドスキー](#)など)が集い、最新の研究内容について講演を行いました。講演者と直に話す機会もあり、自分にとって夢のような体験でした。このようなチャンスに恵まれることが、世界有数の大学に在籍する大きなメリットの1つだと言えます。このワークショップは複数のテーマを持ち、それぞれのテーマごとの講演が同時進行するという形式でした。指導教授の2人、[サムソン・アブラムスキー](#)と[ボブ・ク](#)

¹ もちろん、ラフな方向性として研究興味の合致があったからこそオックスフォードに来た訳ですが、具体的なトピックに関してより強固な“マッチ”が確立されました。

[一ケ](#)がメンバーである [QMAC](#) という組織も 1 つのテーマを担当しており、その中でウラジミール・ヴォエヴォドスキーと [スティーブ・アウオディ](#) が、ヴォエヴォドスキーの提唱する Univalence foundations program (UFP)、及び homotopy type theory (HoTT) について講演を行いました。

(本稿では詳細について省略しますが)簡単に紹介すると、この UFP/HoTT は数学基礎論という数学・哲学の分野に属するものであり、HoTT により数学の基礎(形式的な数学の諸概念や証明)を定義・解釈し、これを基に形式的かつ実的に数学(特に構成的数学)を(再)構築することを目指すのが UFP です。これは非常に野心的かつ革新的であり、端的に言えば「数学の発展の仕方や使われ方」、さらには「数学という概念自体」を根本から変えてしまう可能性を持っています。(近年提唱されたばかりで)発展段階であることも手伝い、世界中の研究者が注目している最も“ホット”な研究トピックの 1 つです²。



講演を行うヴォエヴォドスキー(オックスフォード大学数学科にて)

自分は以前からこの研究に興味を持っていたのですが、主に米国の [プリンストン高等研究所](#) でその研究が行われており、自分がオックスフォードでこれに関わることは難しいという状況でした。しかし 2013 年初夏、[HoTT に関する本](#) が出版され、さらに今回のワークショップで彼らの講演を指導教授らとともに聴講し、その内容を詳細に知ることができました。さらに [アブラムスキー教授](#) (指導教授の 1 人) と古くから交流があり、彼との共同研究の中で、計算の意味論や論理に対して [ゲーム意味論](#) を用いたアプローチで大きな成果を残してきた研究者、[ラーダ・](#)

² Homotopy type theory はその頭文字を取って HoTT とも呼ばれます。まさに“ホット”な研究トピックということですね。

[ジャガディーサン](#)が、ゲーム意味論の手法をHoITにも適用できるのではないかとアブラムスキー教授に持ちかけたのもこの時期でした。

結果として、自分の興味と合致し、さらに“ホット”な研究トピックに関わることができるようになっただけでなく、ゲーム意味論的なアプローチに関して第1人者である指導教授のもとで研究を行うことができる、すなわちこのトピックに関してベストな環境で研究ができるということになりました。これは博士課程の内容(さらにはその後のキャリアについても)に本質的に関わることであり、自分にとって非常に大きな出来事でした。

1.2. 学問上の妻

少し脱線して、研究トピック選択の重要性について書きたいと思います。研究トピックの選択は博士課程の学生に限らず研究者にとって非常に大切です。重要な点は、自分の能力・資質に適したトピックであること(つまりそのトピックに関する研究で成果を出せること)と、そのトピックに情熱を持てること、この2点です。というのも、もし自分の能力・資質に合わないトピックを選んでしまうと、どれだけ努力してもよい結果が得られない可能性があります。また、そもそも自分が情熱を持ってないトピックを選ぶことで、充実した研究生活を送ることができるでしょうか³。

この観点から、自分は研究トピックを“学問(または博士課程)上の妻”と表現することがあります。少なくとも博士課程の4年間は、この妻とともに歩いていくことになります。ゆえにその選択はとても重要です。なぜならば、この選択を間違えると、その後どれだけ努力しても結婚生活が充実したものにはならないからです。そもそも、情熱を持ってない(好きでない)相手と結婚することで幸せを得られるでしょうか。

1.3. 初年度の苦しさ

初年度を振り返ると、自分が情熱を持って取り組むことのできる研究トピックを求め、苦しみながらこれを乗り越えた1年であったと言えるでしょう。自分の興味は研究テーマのレベル(抽象的な方向性)では明確でしたが、具体的な研究トピックはなかなか見つかりませんでした。

ここで自分の研究テーマについて簡潔に説明します(より詳細な説明は次回以降のレポートに記述したいと思います)。自分の興味は[構成的数学](#)(構成的という制限を加えた特殊な数学であり、[数学基礎論](#)と関連が深い)というものにあります。数学基礎論とは数学の数学とも言われる数学・哲学の分野であり、「数学とはそもそも何か」、「数学的諸概念の実体と性質、及びその妥当性はどのようなものか」、「妥当な数学的証明とは何か」、といった根本的な問いに答えようとするものです。一方、計算・構成(構築)可能な概念や証明のみを用いた数学が構成的数学です。構成的数学と数学基礎論の関係を大まかに説明すると、構成的という概念は数学的基礎の1つの候補であり、構成的数学のみが妥当な数学と考えることは、数学の概

³ 個人的には、研究に情熱を感じる如果不能ならば、研究者を目指すべきではないと考えます。実際に、世界中の優秀な学生が集まる大学院の博士課程でも、これを無事に終える学生の割合は一般に6~7割だと言われています。厳しいプログラムの中で学生は自分の適性や資質と向き合い、将来の道を判断します。博士課程にはそのような役割もあるのです。

念や証明は全て具体的に計算・構成(構築)されなければならない(例えば、ある性質を満たす数 x の非存在性を仮定して矛盾を導き、そこから背理法によって x の存在を証明する、という手法を妥当な証明としない。この場合、具体的に x を示す(構成する)ことで、初めて妥当な証明として認める。)という立場を取ることになります。

次に、自分が構成的数学に感じる魅力について説明します。第1回のレポートの中で、これまでの経験を踏まえ、自分は数学者として生きることを目指すようになった-その中で特に理論計算機科学を専門としたい-ということを書きました。ここから、数学の中でも特に計算という概念と深く関わる構成的数学に、自分が魅力を感じる理由が何となく分かるのではないのでしょうか。より詳細に、自分が構成的数学に興味を持つ理由を述べると:

1. 数学基礎論の基礎的・哲学的なテーマに魅力を感じる
2. 構成的数学の証明は原理的に計算可能であることから、構成的数学は計算の実行という形でこの世界に存在するという点や、その応用の可能性に惹かれる(数学基礎論の中で構成的数学に焦点を当てる理由);応用としては、例えば構成的証明からのコンピュータ・プログラム生成や、コンピュータ・プログラムの正当性チェックを数学の証明として形式的に行う、といったことが考えられる(この研究は現在活発に行われている)
3. 長い歴史を持つ数学であるが、これを構成的に再構築するという試みは新しく、アクティブな(発展段階であり、未解決の問題が多い)研究トピックであると言える
といった点が主なものとして挙げられます。

補足すると、構成的数学を選んだ理由は、自分が数学の中でも理論計算機科学を選んだ理由と似ています。その理由とは、1. 計算という基礎的・哲学的な概念を扱う; 2. 純粋な数学的概念である計算であるが、その実行という形でこの世界に現れる; 3. 比較的新しい分野であり、未解決の問題が多く存在する; 4. 情報化社会と呼ばれる今日の世界において、その応用の影響力は非常に大きい、というものです。

初年度が苦節の年であったということに話を戻します。辛い時期を経験した理由は、数学の論文を読むためには関連する基礎理論を既に理解していなければならない、という点にあります⁴。ゆえに、はじめに必要な理論を身に付ける必要があります(これにかなりの時間と労力を要します)、その後ようやく論文を理解し、それが果たして自分の興味と合致するものであるか否かを判断することができます。研究トピックが定まらなかった当時、何週間もかけて論文を読み、これが自分の興味と合致しないことを知り、また振出しに戻る、このようなもどかしい日々を過ごしていました。10月の初めにレポートと研究提案書を提出する必要があり、焦る気持ちと努力しても前に進むことのできないもどかしさに苦しむ日々が続きました。

しかし、自分が情熱を持って取り組むことのできる研究をする、という信念をあきらめずに持ち続けました。指導教授は他の研究トピックをいくつか持っていたため、こだわらなければそのトピックを頂くことはできたでしょう。しかし、それでは博士課程、さらにはその後の人生が空虚なものになってしまうと考えました。

⁴ 尤も、これは他の学問分野についても当てはまることでしょう。

1.4. 出会い、そして心境の変化

こうして苦節の日々の中でも諦めなかった結果、6月下旬にあるトピックに出会うことができました。これに関してレポートを書き上げた頃、これをさらに上回る UFP/HotT との出会いがあったのです。自分のこだわりや努力を間近に見てきた指導教授もとても喜んで下さいました。トピックが見つからない期間は、2年間のコースワークを経て準備を整えてから研究を行う米国の博士課程に進学していた方がよかったのではないかと幾度となく悩みました。しかし今では、自分の望む研究を恵まれた環境で行うことのできるオックスフォードに来てよかったと思えます。不思議なもので、こちらの生活全般について、より強い愛着を持つ様になりました。

1.5. 決意

これまで述べたように、初年度は“回り道”に多くの時間と労力を費やし、ようやく“自分の道”を見つけることができました。この“回り道”の中で多くを学び、またこれを乗り越えたことは自信となりました。一方で研究のスタートが遅れたことも事実です。しかし方向性の定まった今、自分の研究に関連のあることのみ集中することができます。これから一層研究者としての能力を磨くとともに、成果を出し、2014年を飛躍の年にしたいと思います。

2. 恩師との再会

先述したように、12月初旬に3人の知人がオックスフォードを訪れ、彼らと久しぶりの再会を果たすことができました。1人目の人物は、自分が米国ウィスコンシン大学マディソン校(以下 UW)に2009-2010年の期間留学していた際にお世話になったケン・オノ教授です(彼の両親は日本人ですが、彼自身は米国育ちです)。彼は整数論の分野の著名な数学者であり、今回オックスフォード大学やケンブリッジ大学で講演を行うために英国を訪れました。この機会に約3年ぶりの恩師との再会を果たすことができました。

2.1. 出会い

UW 留学中に、自分が履修していた組み合わせ論の授業を担当して頂いたことが出会いのきっかけでした。彼の授業は数学への情熱やユーモアに溢れていて、生徒に非常に人気がありました。宿題や試験の内容、またその評価方法もよく練られており、米国大学の典型的な素晴らしさ-学ぶ意欲を持つ学生を伸ばす環境と成績が学生の努力や能力を正当に示す証明書として機能する-を体現していました⁵。

⁵ 宿題はその質・量ともに申し分なく、成績への影響も大きいです。このため、やる気の無い学生は脱落するしかありません(どこかの国の大学とは異なりますね)。毎週の宿題と計4回の試験を総合評価して成績を出すため、1回きりの試験による偶然の要素が少なくなります。提出した宿題に対する丁寧なフィードバックや、オフィス・アワーという教授や TA に個人的に質問する機会を通して、学生は多くを学びます。



オノ教授との再会(オックスフォードのイタリアンレストランにて)

2.2. 数学への傾倒と個人レッスン

しかし一方で、当時授業で使用していた教科書の内容を、自分は少し物足りなく感じていました(厳密な証明よりも直観的な説明を重視)。ゆえに気になった定理の証明に対して自分なりに補足したり、別の証明を付けたりし、これについて毎週オノ教授と議論するという日々を送りました。彼は丁寧に対応して下さい、自分は授業内で学ぶことの何倍も多くのことを、このやり取りの中で学びました。改めて数学の魅力やこれに没頭する自分の姿を確認しました。

もう1点、この経験で改めて強く感じたことは、数学に関して授業から学ぶことは限られている、ということです。教授がいくら力説したところで、最終的には自分の頭で理解する必要があります。さらに根本から自分の頭で考えていると、教科書を見ても満足のいく答えが載っていないような疑問が必ず出てきます。この疑問の解決のためには、教授に個人的に質問するしかありません。また議論の中で新しく気付くことや理解することも多くあります。つまり授業は補助的なもので、数学の力を付けるのはあくまで自分自身だということ、そして基礎能力や意欲のある学生にとっては、教授と個人的に議論できる環境が最も肝要ということです⁶。

⁶ MIT や Stanford などの大学が授業をインターネット上で無料公開していることも、この主張を裏付けていると見ることができるでしょう。

2.3. 進路を決定づけた言葉

UWでの留学生活が終わりに近づき、オノ教授に別れの挨拶のために会いに行くと、その後自分に大きな影響を与えた言葉を頂きました。現在の道を選ぶきっかけとなった出来事と言っても過言ではありません。その言葉とは、「自分は世界有数の大学院で数学を学ぶべきであり、数学者を目指すといよい」というものでした。彼は、真に理解するまで徹底的に考えるという自分の姿勢を評価して下さり、そこに数学者としての適性を見出したのでした。そのような姿勢や能力は教えられるものではないともおっしゃっていました。当時は、様々な研究分野が入り混じった計算機科学という分野の中でその理論分野⁷に惹かれ、また同時に数学者としての自分を意識し始めた頃でした。一流の数学者であるオノ教授の言葉に、自分は強く励まされました。数学者を目指すことを決断したときでした。

2.4. 推薦状とその重み

また、オノ教授は米国・英国大学院受験の際にも、力を惜しみなく貸して下さいました。海外大学院の志願者評価の際に志願者の能力を測る指標として、学部時代の成績と推薦状が特に大切です。世界有数のUWでよい成績を残したことは大きなアドバンテージとして働きました⁸が、それ以上にオノ教授が書いて下さった非常にstrongな推薦状が、自分の大学院合格の大きな要因だったように思います。ここで推薦状が重視される理由については、

1. (着席して受ける形式の)ペーパー試験で測ることのできる能力には限りがある
2. 推薦する学生の質は、その後の推薦者側の評判に大きく関わるため、偽りの推薦はないという暗黙の了解がある
3. 直接のやり取りを通して学生のことをよく知る一流の学者の(根拠も含めた)推薦は最も信頼できる指標である

というものが挙げられるでしょう。要するに推薦状は信頼できる指標だということです。

また、推薦者にとって推薦状の執筆は非常に労力を要するものです。(このことと上記2の理由から)一般的に推薦者は本当に信頼する学生のみを推薦するということを知っていたため、彼が推薦を快諾して下さった際は、感謝と嬉しさの気持ちで一杯でした。自分の進路を見つける際のみならず、それを目指す際にもオノ教授が与えて下さった力は計り知れません。

⁷ (理論)計算機科学について、一般的にはほとんど理解されていません(特に計算機工学と混同されがちです)。なぜ数学の1分野であり、哲学(特に論理学)とも関連が深いのか、ということも含め、どこかで改めて説明したいと思います。

⁸ 一般に米国大学院受験において、学部時代のGPAが最低3.5、トップ校に関しては最低3.7が求められます。米国アイビー・リーグなど世界有数の大学の卒業生で、GPA 4.0やこれに近い数値を持つ志願者が殺到するため、残念ながら日本の大学でよい成績を残すことは最低要件であり、アドバンテージとはなりません。

⁹ 例えばオランダのデルフト工科大学の数学の試験は口頭試問です。またオックスフォード大学の数学の試験はテイク・ホーム形式で、じっくりと考えさせる証明問題が中心です。このように、直接のやり取りや証明をじっくりと考えさせる試験による評価が理想的です。時間や人的資源の制約のため、その実現は難しいことが多いですが。

2.5. 感謝と誓い

今回、自分のオックスフォードでの様子を報告し、またこれまでの感謝の気持ちを改めて伝えるよい機会となりました。自分の研究について話すと、オノ教授は嬉しそうに耳を傾けて下さいました。また現在、彼は数学の論文誌を立ち上げている最中だということで、将来、自分の論文を投稿することを約束しました。彼への一番の恩返しは自分が学者となって活躍することであり、それに向かって一層の努力をする決意を強くした次第です。

3. 友人との再会

偶然にもオノ教授がオックスフォードを訪れた時期に、2人の友人とも再会を果たすことができました。1人はUWでの留学経験を共有する日本の友人、もう1人は去年オックスフォードの修士課程に在籍していたオーストラリアの友人です。これについてもいくつか書きたいことがあるのですが、ここでは互いの再会を祝った夕食会の写真を掲載するのみとし、詳細については次回のレポートに綴りたいと思います。



ベリオール・カレッジのフォーマル・ディナーにて
(後列左がオーストラリアの友人、中央が著者、前列右から2人目が日本の友人)